

I , , の解答は該当する解答群から最も適当なもの一つずつ選べ.

2以上の整数 p に対し, p 進数を $101_{(p)}$ のように括弧のある添え字をつけて表記する. ただし, 添え字のない数は 10 進数とする.

(a) 初項 $a_1 = 2$, 公比 9 の等比数列の第 n 項 $a_n (n = 2, 3, \dots)$ は, 9 進法で

$$a_n = A \underbrace{BB \cdots B}_{m \text{桁}}^{(9)} \quad \left(\text{ただし, } A = \text{ア}, B = \text{イ}, m = \text{ウ} \right)$$

と表記され, 3 進法では

$$a_n = C \underbrace{DD \cdots D}_{\ell \text{桁}}^{(3)} \quad \left(\text{ただし, } C = \text{エ}, D = \text{オ}, \ell = \text{カ} \right)$$

と表される. また, 初項から第 n 項までの和は,

$$\sum_{k=1}^n a_k = E \underbrace{FE \cdots FE}_{(3)} \quad \left(\text{ただし, } E = \text{キ}, F = \text{ク} \right)$$

と 桁の 3 進数で表される.

, , の解答群

- | | | | |
|------------|--------|------------|------------|
| ① $n - 1$ | ② n | ③ $n + 1$ | ④ $2n - 2$ |
| ⑤ $2n - 1$ | ⑥ $2n$ | ⑦ $2n + 1$ | ⑧ $2n + 2$ |

(b) 初項が $b_1 = \text{コ}$, 公比が $\frac{\text{サ}}{\text{シ}}$ の等比数列 $\{b_n\}$ は, 4 進法で

$$b_1 = 13_{(4)}, b_2 = 0.\text{スセ}_{(4)}, b_3 = 0.013_{(4)}, b_4 = 0.000\text{スセ}_{(4)}, \dots$$

と表される. この数列の初項から第 5 項までの和を $p = \text{ソ}$ 進数で表すと

$$\sum_{k=1}^5 b_k = 111.\underbrace{11 \cdots 1}_{\text{小数点以下 } j \text{ 桁}}^{(p)} \quad \left(\text{ただし, } j = \text{タチ} \right)$$

となる.

II , の解答は該当する解答群から最も適当なもの一つずつ選べ.

点 O を原点とする座標空間に 3 点 A(2, 0, 1), B(0, 3, 1), C(0, 0, 1)がある.

(a) $\cos \angle AOB = \frac{\text{ア}}{\text{イウ}} \sqrt{\text{エ}}$ であり, $\triangle AOB$ の面積は $\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ となる.

また, 点 C から平面 AOB に下した垂線の長さは $\frac{\text{キ}}{\text{ク}}$ である.

(b) 点 C と点 E(2, 3, 0) を結ぶ直線が平面 AOB と交わる点を P とすると, 線分 CE と CP の長さはそれぞれ

$$CE = \sqrt{\text{ケコ}}, \quad CP = \frac{\text{サ}}{\text{シ}} \sqrt{\text{スセ}}$$

となる. また, 点 P は $\triangle AOB$ の である.

(c) 線分 OC の中点を M とし, 点 M と点 F(2, 3, 1) を結ぶ直線が平面 AOB と交わる点を Q とすると,

$$MF = \frac{\text{タ}}{\text{チ}} \sqrt{\text{ツテ}}, \quad MQ = \frac{\text{ト}}{\text{ナ}} \times MF$$

となる. また, 点 Q は $\triangle AOB$ の である.

(d) 四面体 OABE の表面および内部の領域を S, 四面体 OABF の表面および内部の領域を T とする. $S \cap T$ で表される 2 つの領域の共通部分の立体の表面は 面体であり, $S \cup T$ で表される 2 つの領域を合わせてできる立体の表面は 面体となる.

, の解答群

- ① 外心 ② 内心 ③ 重心 ④ 外心, 内心, 重心以外の点

III , の解答は該当する解答群から最も適当なもの一つずつ選べ.

実数を定義域とする関数 $f(x) = 2x^2 - 7$, $g(x) = -2x^2 - 8x + 7$ に対して, $y = f(x)$ のグラフを曲線 C , $y = g(x)$ のグラフを曲線 D とする. $g(t) \geq f(t)$ を満たす t に対し, 点 $(t, g(t))$ における曲線 D の接線を l とする.

(a) 直線 l の式は

$$y = \left(\text{アイ} t - \text{ウ} \right) x + \text{エ} t^2 + \text{オ}$$

で与えられる. 直線 l と曲線 C の共有点を P, Q とし, P, Q の x 座標をそれぞれ $a, \beta (a < \beta)$ とする. 点 P および点 Q における曲線 C の接線の交点を R とするとき, 点 R の座標は a, β を

用いて, $\left(\frac{\text{カ}}{\text{キ}}, \text{ク} \times \text{ケ} - \text{コ} \right)$ と表される.

, の解答群

- | | | | |
|-------------------|---------------------|---------------------|-------------------|
| ① a | ② β | ③ $a + \beta$ | ④ $\beta - a$ |
| ⑤ $a\beta$ | ⑥ $\frac{a}{\beta}$ | ⑦ $\frac{\beta}{a}$ | ⑧ $a^2 + \beta^2$ |
| ⑨ $\beta^2 - a^2$ | | | |

(b) 三角形 PQR の面積 S_1 は

$$S_1 = \text{サ} \left(\sqrt{\text{シ} t^2 + \text{ス} t + \text{セソ}} \right)^{\text{タ}}$$

と表される.

S_1 は $t = \text{チツ}$ のとき, 最小値 テトナ をとる.

(c) 曲線 C と直線 l によって囲まれる図形の面積を S_2 とすると,

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\text{ニ}}{\text{ヌ}}$$

が成り立つ.

IV , の解答はそれぞれ該当する解答群から最も適当なもの一つずつ選べ。
座標平面上に点 A(0, 6)があり, 原点 O を中心とする半径 4 の円周を C とする。

(a) 円周 C 上の動点 P は, 媒介変数 t を用いて $(\text{ア} \cos t, \text{イ} \sin t)$ と表される。

2 点 A, P の中点の座標は,

$$\left(\text{ウ} \cos t, \text{エ} + \text{オ} \sin t \right)$$

である。

(b) 線分 AP の垂直二等分線上の点 (x, y) は, 次式を満たす。

$$\left(\frac{\text{カ}}{\text{キ}} - \sin t \right) y = x \cos t + \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$$

(c) 動点 P が円周 C 上を 1 周動くとき, 線分 AP の垂直二等分線が通過する領域は

$$\frac{\text{コサ}}{\text{シ}} x^2 + \frac{(y - \text{ス})^2}{\text{セ}} \leq \text{ソ} \quad 1$$

を満たす点 (x, y) の集合であり, を表す。この領域の境界を表す 2 次曲線の焦点は, 原点 O と点 $(\text{チ}, \text{ツ})$ である。

の解答群

- ① = ② > ③ < ④ ≥ ⑤ ≤

の解答群

- ① 放物線を境界とし, その焦点を含む領域
- ② 放物線を境界とし, その焦点を含まない領域
- ③ だ円を境界とし, その焦点を含む領域
- ④ だ円を境界とし, その焦点を含まない領域
- ⑤ 双曲線を境界とし, その焦点を含む領域
- ⑥ 双曲線を境界とし, その焦点を含まない領域