令和8年度入学試験問題

数　　　学

Ⅰ　注　意　事　項

1. 指示があるまでこの冊子の中を見てはいけません。
2. この冊子は全部で，4ページです。**設問はⅠからⅢまで**あります。
3. 解答用紙のマーク数字は，次の「良い例」のように，濃く正しく塗りつぶしなさい。**正しく塗りつぶされていない場合，採点できないことがあります。**

良い例………●

悪い例………

4. 解答用紙には解答欄の他に次の記入欄があるので，正確に記入しなさい。

① 氏名欄……………………氏名を**漢字**と**フリガナ**で記入しなさい。

② 受験番号欄………………6桁の受験番号を**算用数字**で記入し，**マーク欄の数字**を正しく塗りつぶしなさい。

5. 解答用紙の番号Ⅳの解答欄は空欄のままとしなさい。
6. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れなどに気がついた場合は，手を上げて申し出なさい。
7. 試験中に質問がある場合は，手を上げて申し出なさい。
8. 試験終了後，この問題冊子は持ち帰りなさい。
9. 途中退場は認めません。

Ⅱ　解答上の注意

解答上の注意が裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，冊子を開いてはいけません。

I　媒介変数 t を用いて次式で表される座標平面上の2次曲線を C とする.

$$x = 1 + \cos t - \sqrt{5}\sin t, \qquad y = 1 + \cos t + \sqrt{5}\sin t \quad (\text{ただし } 0 \leqq t < 2\pi)$$

座標原点をOとして，以下の問いに答えよ.

(a)　曲線 C 上の点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ は

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}(x^2 + y^2) + xy - \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}(x + y) = 0$$

を満たし，点Pの原点Oからの距離の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ である.

点Pの x 座標が最大となるとき，点Pの y 座標は $\boxed{\text{ク}} - \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ となる.

曲線 C の焦点は $\mathrm{E}\left(\boxed{\text{シス}},\ \boxed{\text{セ}}\right)$ と $\mathrm{F}\left(\boxed{\text{ソ}},\ \boxed{\text{タチ}}\right)$ である.

(b)　原点Oと焦点Fおよび曲線 C 上の点Pを頂点とする三角形の面積は，点Pの座標が $\left(\boxed{\text{ツ}},\ \dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}\right)$ のとき最大値 $\boxed{\text{ニ}}$ をとる. このとき，点Pにおける曲線 C の接線の傾きは $\dfrac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である.

Ⅱ $\boxed{エ}$ ～ $\boxed{カ}$ と $\boxed{ケ}$, $\boxed{コ}$, $\boxed{シ}$, $\boxed{ス}$ の解答は該当する解答群の中から最も適当なものをそれぞれ一つずつ選べ．

0以上の整数 n を3進法で表したとき，各位の数の和を $f(n)$ とする．たとえば，整数 n が3進法で4桁の数 $ABCD_{(3)}$ と表される場合，

$$f(n) = A + B + C + D$$

となる．以下の問題文中において，添え字 $_{(3)}$ がついていない数はすべて10進数であるとして，問いに答えよ．

(a) $f(23) = \boxed{ア}$ であり，$f(n) = 4$ を満たす n のうち2番目に小さい整数は $\boxed{イウ}$ である．任意の自然数 m に対して

$$f(3m) = \boxed{エ}, \quad f(3m+1) = \boxed{オ}, \quad f(3m+2) = \boxed{カ}$$

が成立し，$f(2026) = \boxed{キ}$ となる．

また，任意の自然数 m に対して次式が成立する．

$$f(3^m) = \boxed{ク}, \quad f(3^m - 1) = \boxed{ケ}, \quad f\left(\frac{3^m - 1}{2}\right) = \boxed{コ}$$

$\boxed{エ}$ ～ $\boxed{カ}$, $\boxed{ケ}$, $\boxed{コ}$ の解答群

① m　② $2m$　③ $f(m)$　④ $f(m-1)$

⑤ $f(m-2)$　⑥ $f(m)+1$　⑦ $f(m)+2$　⑧ $3f(m)$

⑨ $3f(m)+1$　⓪ $3f(m)+2$

(b) 任意の自然数 m に対し 3^m を2で割った余りは $\boxed{サ}$ であり，3進法で4桁の数 $ABCD_{(3)}$ と表される任意の自然数 n に対し，$n - \boxed{シ}$ は2で割りきれ，$n - \boxed{ス}$ は3で割りきれる．

$\boxed{シ}$, $\boxed{ス}$ の解答群

① $f(n-1)$　② $f(n)$　③ $f(n+1)$　④ $f(n)-1$　⑤ $f(n)+1$

⑥ A　⑦ B　⑧ C　⑨ D

(c) $80 = 3^{\boxed{セ}} - 1$ であることを考慮すると，$f(80) = \boxed{ソ}$ であり，80未満の自然数 k は $f(k) + f(80-k) = \boxed{タ}$ を満たすので，

$$\sum_{k=0}^{80} f(k) = \boxed{チツテ}$$

となることがわかる．また，

$$\sum_{k=1}^{80} f(2 \times 3^{k-1}) = \boxed{トナニ}, \quad \sum_{k=0}^{80} f(3k+2) = \boxed{ヌネノ}$$

が成り立つ．

III　座標平面において，原点Oを極としx軸の正の部分を始線とする極座標$(r,\ \theta)$に対し，極方程式

$$r = 3e^{-\frac{3}{4}\theta} \quad \left(\text{ただし}\ \theta \geqq -\frac{\pi}{4},\ e\ \text{は自然対数の底}\right)$$

で表される曲線をDとし，曲線Dと直交座標のx軸およびy軸との交点を原点から遠い順に点A_0，A_1，A_2，…とする．$OA_1 = \alpha$として，以下の問いに答えよ．

(a)　原点から点A_kまでの距離OA_k($k = 0, 1, 2, \cdots$)は初項 $\boxed{ア}$ ，公比$\dfrac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}\alpha$の等比数列であり，次式が成り立つ．

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n} OA_k = \frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ} - \alpha}$$

また，点A_0から点A_2までの曲線Dの長さは $\boxed{カ} - \dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}\alpha^2$ である．

(b)　点A_0における曲線Dの接線の方程式は$y = \dfrac{\boxed{ケコ}}{\boxed{サ}}x + \boxed{シ}$ である．

曲線Dの接線のうち，点A_0を通るものを考える．このような接線の接点を，原点から遠い順にB_0，B_1，B_2，…とし，点B_nの偏角をθ_n($n = 0, 1, 2, \cdots$)とすると，

$$\lim_{n\to\infty} OB_n = \boxed{ス},\quad \lim_{n\to\infty}\tan\theta_n = \frac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}$$

となる．

(c)　時刻$t = 0$で点A_0にあり，時刻tにおいて偏角が$\theta = t$となる曲線D上の動点Qを考える．時刻tにおける動点Qの位置ベクトルを$\vec{q}$，速度ベクトルを$\vec{v}$，加速度ベクトルを$\vec{a}$とすると，任意の正の時刻tにおいて2つのベクトル$\vec{q}$と$\vec{v}$のなす角ϕは$\cos\phi = -\dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$を満たし，

$$2\vec{a} + \boxed{ツ}\,\vec{v} + \frac{\boxed{テト}}{\boxed{ナ}}\vec{q} = \vec{0}$$

が成り立つ．これらのベクトルの係数を用いたzの2次方程式

$$2z^2 + \boxed{ツ}\,z + \frac{\boxed{テト}}{\boxed{ナ}} = 0$$

は，$z = \dfrac{\boxed{ニヌ}}{\boxed{ネ}} \pm i$を解にもつ．